**Examenul național de bacalaureat 2021**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_şt-nat***

**Varianta 2**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Determinaţi al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\ge1}$, ştiind că $b_1=2$ și $b_2=6$. |
| **5p** | **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+7$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-7$. Calculaţi $(f\circ g)(7)$. |
| **5p** | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=x-2$. |
| **5p** | **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr $n$ din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)>0$. |
| **5p** | **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,0)$, $C(3,5)$ și $D(5,6)$. Demonstraţi că punctele $B$, $D$ și mijlocul segmentului $AC$ sunt coliniare. |
| **5p** | **6.** Determinați $x\in(0,\pi)$, ştiind că $(\sin x-\cos x)^2=2$. |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | **1.** Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1+2^a&2^a\\-2^a&1-2^a\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real. |
| **5p** | **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$. |
| **5p** | **b)** Arătați că $A(1)+A(2)-A(1)\cdot A(2)=I_2$. |
| **5p** | **c)** Se consideră numerele naturale $m$ şi $n$, astfel încât $A(m)\cdot A(n)=A(m+n)$. Arătaţi că $m=n=1$. |
| | **2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x^2+y^2+x+y$. |
| **5p** | **a)** Arătaţi că $(-1)*(-1)=0$. |
| **5p** | **b)** Demonstraţi că $x*y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$, pentru orice numere reale $x$ și $y$. |
| **5p** | **c)** Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui $x$ pentru care $x^2*x^2\le4$. |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | **1.** Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x-\frac{1}{2}\ln(x+2)$. |
| **5p** | **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{(2x+3)(2x+5)}{2(x+2)}$, $x\in(-2,+\infty)$. |
| **5p** | **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+4x-f(x)}{x}$. |
| **5p** | **c)** Demonstraţi că $x^2+4x+\frac{15}{4}\ge\frac{1}{2}\ln(2x+4)$, pentru orice $x\in(-2,+\infty)$. |
| | **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+\frac{2}{x^2+1}$. |
| **5p** | **a)** Arătaţi că $\int_0^3(x^2+1)f(x)dx=18$. |
| **5p** | **b)** Arătaţi că $\int_1^3 xf(x)dx=4+\ln5$. |
| **5p** | **c)** Demonstraţi că $F(x+1)\ge F(x)+1$, pentru orice număr real $x$, unde $F$ este o primitivă a lui $f$. |