Examenul de bacalaureat naţional 2023
Proba E. c)
Matematică M_mate-info
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE simulare noiembrie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I *(30 puncte)*

1.	$q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{9}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$	***3p***
	$\Rightarrow b_4=b_2\cdot q^2=9\cdot\left(3\sqrt{3}\right)^2=243$	***2p***
2.	$x_v=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2}=1$ $y_v=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{4-4m}{4}=-1+m$	***3p***
	$x_v=y_v \Leftrightarrow m=2$	***2p***
3.	$2^{x^2}=4\cdot 2^x \Leftrightarrow 2^{x^2}=2^{x+2}$	***2p***
	$x^2=x+2 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow x_1=2$ şi $x_2=-1$	***3p***
4.	$C_n^0+C_n^1+C_n^2=16$	***2p***
	$1+n+\frac{n(n-1)}{2}=16 \Leftrightarrow n=5$	***3p***
5.	$\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ unde $ABDC$ este paralelogram.	***2p***
	Cum $m(\hat{A})=90^o \Rightarrow ABDC$ este dreptunghi $\Rightarrow AD=BC=20$	***3p***
6.	$2\cdot\sin x\cdot\cos x=\sin x \Leftrightarrow \sin x(2\cos x-1)=0 \Leftrightarrow \sin x=0$ sau $\cos x=\frac{1}{2}$.	***3p***
	Cum $x\in[0;\pi]$ obținem $x=0, x=\pi$ și $x=\frac{\pi}{3}$	***2p***

Subiectul al II-lea *(30 puncte)*

1a	$A(3)=\begin{pmatrix}3&5&6\\1&3&4\\1&1&3\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(3))=\begin{vmatrix}3&5&6\\1&3&4\\1&1&3\end{vmatrix}$ $=27+6+20-18-12-15=8.$	**2p** **3p**
1b	$\det(A(a))=2(a-1)^2$, pentru orice număr real a Matricea A(a) este inversabilă$\Leftrightarrow \det(A(a))\neq 0 \Leftrightarrow a\neq 1$, deci $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.	**2p** **3p**
1c	$A(a)\cdot A(1)=\begin{pmatrix}3a+5&7a+9&9a+11\\8&16&20\\a+2&a+6&a+8\end{pmatrix}$ $A(1)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a+7&a+15&5a+15\\a+7&a+15&5a+15\\a+2&a+6&2a+7\end{pmatrix}$ Din $A(a)\cdot A(1)=A(1)\cdot A(a)$ se obține a=1.	**2p** **3p**
2a	$\sqrt{3}\circ\sqrt{5}=\sqrt{3}^2\cdot\sqrt{5}^2-3\cdot\sqrt{3}^2-3\cdot\sqrt{5}^2+12$ $=15-9-15+12=3.$	**2p** **3p**
2b	$x\circ y=x^2y^2-3x^2-3y^2+9+3$ $=x^2(y^2-3)-3(y^2-3)+3=(x^2-3)(y^2-3)+3$ pentru orice numere reale x și y.	**2p** **3p**
2c	$m\circ n=4\Leftrightarrow (m^2-3)(n^2-3)+3=4\Leftrightarrow (m^2-3)(n^2-3)=1$ m *și* n *sunt numere întregi*, $m^2-3=n^2-3=-1$ sau $m^2-3=n^2-3=1$ *deci* $m^2=n^2=2$ sau $m^2=n^2=4$, *de unde se obțin perechile de numere întregi* $(-2,-2),(-2,2),(2,-2),(2,2)$.	**2p** **3p**

Subiectul al III-lea ***(30 puncte)***

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(2x+1)\cdot(x-2)-(x^2+x)\cdot 1}{(x-2)^2}$ $f'(x)=\dfrac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}.$	*3p* *2p*
1.b)	$m=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{x^2+x}{x-2}}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x}{x(x-2)}=1$	*2p*

	$n=\lim_{x\to-\infty}(f(x)-mx)=\lim_{x\to-\infty}(\frac{x^2+x}{x-2}-x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x}{x-2}\right)=3$ Dreapta de ecuație $y=x+3$ asimptota oblică spre $-\infty$	***2p*** ***1p***
1.c)	$f'(x)=\frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}$. Ecuația $f'(x)=0$ *are 2 soluții* . $x_{1,2}=2\pm\sqrt{6}$. $f(x_1)+f(x_2)=10$	***2p*** ***3p***
2.a)	$\int\frac{x^2-2}{x}dx=\int\left(\frac{x^2}{x}-\frac{2}{x}\right)dx=$ $\int\left(x-\frac{2}{x}\right)dx=\int xdx-2\int\frac{1}{x}dx=\frac{x^2}{2}-2lnx+C$, $x\in(0,1)$	***2p*** ***3p***
2.b)	*Funcția* f *este continuă pe* $(0,1)\cup(1,+\infty)$. $\lim_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=f(1)=$ -1 ,rezultăf *este continuă pe* $(0,+\infty)$, deciadmite primitive.	***2p*** ***3p***
2.c)	.$F(x)=\frac{x^2}{2}-2lnx+C_1$, $x\in(0,1)$și$F(x)=x(2lnx-3)+C_2$,$x\in[1,+\infty)$. *Ftrebuie să fie continua în* 1, obținem $\frac{1}{2}+C_1=-3+C_2$, *deci* $C_2=C_1+\frac{7}{2}$	***2p*** ***3p***