

Simulare județeană a Examenului național de bacalaureat 2023

Ianuarie 2023

Proba E.c) - Matematică M_mate-info

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $[2x + 3] = 5$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .
- 5p 2. Determinați numărul complex z cu proprietatea $3z + 2\bar{z} + 15 - i = 0$.
- 5p 3. Să se găsească termenul independent de a din dezvoltarea $(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}})^{12}$, unde $a > 0$.
- 5p 4. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care modulul vectorului $\vec{v} = (m - 1)\vec{i} + (2m - 3)\vec{j}$ are valoarea minimă.
- 5p 5. Calculați $tg \frac{x}{2}$ știind că $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ și $\sin x = \frac{1}{2}$.
- 5p 6. Să se calculeze măsura unghiului ascuțit dintre dreptele $d_1 : 4x + 3y - 2 = 0$ și $d_2 : x + 7y - 4 = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 4-x & 1 & 4 \\ 1 & 2-x & 2 \\ 2 & 4 & 1-x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = -21$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $\text{rang}(A(x)) = 3$.
- 5p c) Rezolvați ecuația $\det(A(\lg x)) = 0, x > 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Arătați că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele reale a , pentru care $\underbrace{a * a * \dots * a}_{\text{de } 2023 \text{ ori } a} = 4$.
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x * 9^y * 27^z = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow [1, \infty), f(x) = x \cdot (1 + \ln x)$
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 2 + \ln x, x \in [1, \infty)$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
- 5p c) Calculați următoarea limită $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x) \cdot \ln x}{x}$
2. Se consideră $f_n: [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x \cdot \dots \cdot \cos 2^{n-1}x$ și $I_n = \int f_n(x) dx, n \in \mathbb{N}^*$.
- 5p a) Calculați I_1 .
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f_2 este convexă pe $[0, \frac{\pi}{8}]$.
- 5p c) Să se determine primitiva funcției f_{2023} care trece prin punctul $A(0,0)$.