

Examenul de bacalaureat național 2023

Proba E. c)

Matematică Mate-info

Clasa a XII-a Simulare Ianuarie

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 puncte)

- 5p** 1. Calculați suma primilor 10 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, dacă $a_2 + a_3 = 8$ și $a_2 + a_5 = 12$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 4x - 5$. Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 - 4) = \log_3(6x - 12)$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 2023\}$, acesta să fie divizibil cu 5 și să **nu** fie divizibil cu 10.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC și punctul M astfel încât $\overline{CM} = 2\overline{BM}$. Arătați că $\overline{AM} = 2\overline{AB} - \overline{AC}$.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$ cu proprietatea că $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Calculați $\sin 2\alpha$.

Subiectul al II-lea (30 puncte)

- 1.** Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 3x & 0 \\ 0 & 5x + 1 & 0 \\ 0 & 2x & 1 \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a)** Arătați că $\det(A(1)) = 6$.
- 5p b)** Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + 5xy)$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c)** Determinați numerele reale x , $x \neq -\frac{1}{5}$, pentru care matricea $A(x)$ este egală cu inversa ei.
- 2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 5xy - 15x - 15y + 48$.
- 5p a)** Arătați că $x \circ y = 5(x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b)** Arătați că $e = \frac{16}{5}$ este elementul neutru al legii de compoziție "o".
- 5p c)** Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $x \circ x \circ x = x$.

Subiectul al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{2 \cdot e^x}{x + e^x}$.

5p a) Verificați că $f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(x+e^x)^2}$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Arătați că $-1 \leq f(x) \leq \frac{1-e}{1+e}$, $(\forall)x \geq 0$.

2. Pentru orice număr natural nenul n se consideră $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.

5p a) Calculați I_1 .

5p b) Arătați că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

5p c) Demonstrați că $\frac{1}{2} \leq 2023 \cdot I_{2022} \leq 1$.

SIMULARE ILFOV