



Simulare județeană a Examenului național de bacalaureat 2023
Ianuarie 2023
Proba E.c) - Matematică M_șt-naturii
Varianta 1

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Să se arate că $\frac{1+3i}{1-3i} + \frac{1-3i}{1+3i}$ este număr real.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^{x-1}$. Să se calculeze:
 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2013)$
- 5p 3. Câți termeni iraționali conține dezvoltarea $(1 + \sqrt{3})^8$?
- 5p 4. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = 5-x$
- 5p 5. Să se determine numerele reale a știind că lungimea segmentului determinat de punctele $A(-1, 2)$ și $B(4-a, 4+a)$ este egală cu 5.
- 5p 6. Știind că $x \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ și $\cos x = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$, să se calculeze $\sin x$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + 4y + 4z = 15 \\ 3x + (a+4)y + 5z = 22 \\ 3x + 2y + (3-a)z = 16 \end{cases}$$
, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Pentru $a = 1$ să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.
- 5p b) Să se arate că tripletul $(7, 1, 1)$ nu poate fi soluție a sistemului oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Să se determine soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care $y_0 + z_0 = 3$.
2. În mulțimea numerelor reale definim operația $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$.
- 5p a) Să se verifice dacă $x * y = 2(x-3)(y-3) + 3$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x * x = 11$.
- 5p c) Știind că operația „ $*$ ” este asociativă, să se calculeze $1 * \sqrt{2} * \sqrt{3} * \dots * \sqrt{2013}$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 5p a) Să se determine asimptotele la graficul funcției f .
- 5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .
- 5p c) Să se arate că $e^\pi > \pi^e$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{-x^3 + 2x^2 - 5x + 8}{x^2 + 4}$
- 5p a) Să se calculeze $\int (x + f(x) - 2) dx$.
- 5p b) Să se calculeze $\int f(x) dx$
- 5p c) Să se determine primitiva $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (x^2 + 4)f(x)$, astfel încât $G(1) = -\frac{1}{12}$