

Simulare județeană a Examenului național de bacalaureat 2023
Ianuarie 2023
Proba E.c) - Matematică M_tehnologic
Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt[3]{27} + \log_2 8) : 6 = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x + m, m \in \mathbb{R}$. Determinați numerele reale m pentru care graficul funcției f **nu** intersectează axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x} = 2 - x$.
- 5p 4. Într-o urnă sunt doar bile roșii, galbene și albastre astfel: 10 bile **nu** sunt albastre, 14 bile **nu** sunt roșii și 16 bile **nu** sunt galbene. Calculați probabilitatea ca extrăgând o bilă din urnă, aceasta să **nu** fie nici roșie, nici galbenă.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2), B(1, -1)$ și $C(m, 2 - m)$, unde m este un număr real. Determinați numărul real m , știind că punctele A, B, C sunt coliniare.
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ascuțitunghic ABC , știind că $AC = 4, BC = \sqrt{13}$ și $\cos A = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

- 5p 1. Fie $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} (a-1)x + y = -2 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$, unde a este un număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = -1$.
- 5p b) Demonstrați că matricea $A(-2)$ este inversabilă.
- 5p c) Pentru $a = 2$, determinați soluția sistemului de ecuații.
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 5x + 5y + 20$.
- 5p a) Arătați că $1 * (-5) = -5$.
- 5p b) Demonstrați că $e = -4$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p c) Calculați $(-2023) * (-2022) * (-2021) * \dots * (-1)$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 - 3)e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x^2 + 2x - 3)e^x, x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $x^2 + 2e^{1-x} \geq 3$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
2. Se consideră funcțiile $f, F: 1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$ și $F(x) = (x - 1) \ln x - x + 2023$.
- 5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Să se calculeze $\int \left(f(x) + \frac{1}{x} \right) dx$.
- 5p c) Să se calculeze $\int f(x) F^2(x) dx$.