Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$3\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=3\cdot\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=$	**3p**
	$=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=4$	**2p**
2.	$f(a)=a+2$	**2p**
	$a+2=6$, de unde obținem $a=4$	**3p**
3.	$2x+1=9$	**3p**
	$x=4$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 23 de elemente, deci sunt 23 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 14 numere n care verifică inegalitatea $n\geq 10$, deci sunt 14 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{14}{23}$	**3p**
5.	$x_M=\frac{-1+1}{2}=0$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB	**3p**
	$y_M=\frac{2+6}{2}=4$	**2p**
6.	$AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=\sqrt{2}$	**3p**
	$AB=AC$, deci triunghiul ABC este isoscel	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=3\cdot 1-2\cdot 2=$	**3p**
	$=3-4=-1$	**2p**
b)	$2B-A=\begin{pmatrix}0 & 8\\ 8 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 6\\ 6 & 3\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}=3C$	**2p**
c)	$B+2C=\begin{pmatrix}-2 & 8\\ 8 & 4\end{pmatrix}$, $A^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & -3\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=\frac{1}{2}(B+2C)\cdot A^{-1}$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}9 & -14\\ 0 & 2\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$5*4=(5-4)(4-4)+4=$	**3p**
	$=1\cdot 0+4=4$	**2p**

b)	$x * 6 = 2x - 4$, pentru orice număr real x	**3p**
	$2x - 4 = 6x$, de unde obținem $x = -1$	**2p**
c)	$\left(\frac{4}{n} - 4\right)(n-4) + 4 > 4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{n} - 1\right)(n-4) > 0$, unde n este număr natural nenul	**2p**
	Cum n este număr natural nenul, obținem $n = 2$ și $n = 3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 3x^2 + 6 \cdot 2x - 15 =$	**3p**
	$= 3x^2 + 12x - 15 = 3\left(x^2 + 4x - 5\right)$, $x \in \mathbb{R}$	**2p**
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -5$ sau $x = 1$	**2p**
	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, -5]$, deci f este crescătoare pe $(-\infty, -5]$, $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-5, 1]$, deci f este descrescătoare pe $[-5, 1]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, deci f este crescătoare pe $[1, +\infty)$	**3p**
c)	$f''(x) = 3(2x+4)$, $x \in \mathbb{R}$, deci $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f'(x)}{e^x f''(x)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2 + 4x - 5}{e^x (2x+4)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+4}{e^x (2x+6)} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2}{e^x (2x+8)} = 0$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 (x+9) \cdot f(x)\, dx = \int_0^1 8x\, dx = 4x^2 \Big\vert_0^1 =$	**3p**
	$= 4 - 0 = 4$	**2p**
b)	$\int_1^6 \frac{1}{8x} \cdot f(x) dx = \int_1^6 \frac{1}{x+9} dx = \int_1^6 \frac{(x+9)'}{x+9} dx = \ln(x+9) \Big\vert_1^6 =$	**3p**
	$= \ln 15 - \ln 10 = \ln \frac{3}{2}$	**2p**
c)	$\int_0^3 f\left(x^2\right) dx = \int_0^3 \frac{8x^2}{x^2+9} dx = 8\int_0^3 \left(1 - \frac{9}{x^2+9}\right) dx = 8x \Big\vert_0^3 - 8 \cdot \frac{9}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} \Big\vert_0^3 = 24 - 6\pi$	**3p**
	$24 - 6\pi = 6(4 + a\pi)$, de unde obținem $a = -1$	**2p**