

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Varianta 1

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = 4$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = 6$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_7(2x + 1) = \log_7 9$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, 23\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $n \geq 10$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, 2)$  și  $B(1, 6)$ . Determinați coordonatele mijlocului segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AC = \sqrt{2}$  și  $BC = 2$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = -1$ .
- 5p b) Arătați că  $2B - A = 3C$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $2X \cdot A = B + 2C$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ .
- 5p a) Arătați că  $5 * 4 = 4$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x * 6 = 6x$ .
- 5p c) Determinați numerele naturale nenule  $n$  pentru care  $\frac{4}{n} * n > 4$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 9$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3(x^2 + 4x - 5)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{e^x f''(x)} = 0$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-9, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{8x}{x+9}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 (x+9) \cdot f(x) dx = 4$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_1^6 \frac{1}{8x} \cdot f(x) dx = \ln \frac{3}{2}$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_0^3 f(x^2) dx = 6(4 + a\pi)$ .