

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Varianta 7**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\sqrt{50} - 5(\sqrt{2} - 1) = 5$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + a$ , unde  $a$  este număr real. Arătați că  $f(1) = f(2)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x+2) = \log_3(4-x)$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, a)$ ,  $B(1, 0)$  și  $C(5, 2)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A$  este mijlocul segmentului  $BC$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ + \cos 60^\circ = 2$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 3(4 - x - y) + xy$ .

- 5p** 1. Arătați că  $3 * 0 = 3$ .
- 5p** 2. Demonstrați că  $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 3. Arătați că  $e = 4$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** 4. Arătați că  $\frac{7}{3}$  este simetricul lui  $\frac{3}{2}$  în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $9^x * 3^x = 3$ .
- 5p** 6. Calculați  $3 * 4 * 5 * \dots * 2023$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det(B(0)) = -1$ .
- 5p** 2. Arătați că  $A \cdot A = 5I_2$ .
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(B(a) + A) = 0$ .
- 5p** 4. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $B(a) \cdot B(-2) = B(0) - I_2$ .
- 5p** 5. Demonstrați că matricea  $B(a-1)$  este inversabilă, pentru orice număr rațional  $a$ .
- 5p** 6. Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , știind că  $X \cdot B(0) = A$ .