

Examenul Național de Bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_{tehnologic}*

Ianuarie 2025

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de trei ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Arătați că $\left(2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{15}{16} + \sqrt[3]{-8} = 0$ |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$. Determinați numărul real a , pentru care $f(a) - f(2) = 2f(4)$ |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{14 - x} = \sqrt{3x + 6}$ |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să nu fie multiplu de 3. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 1)$, $B(-1, 4)$ și $C(3, 7)$. Calculați perimetrul $\triangle ABC$. |
| 5p | 6. Calculați $\sin x$, știind că $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$ |

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Se consideră matricile $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 5p | a) Arătați că $\det(A) = 1$ |
| 5p | b) Arătați că $2A - A \cdot A = I_2$ |
| 5p | c) Determinați numerele x, y și z reale, pentru care $A \cdot \begin{pmatrix} x-2 & y \\ z+1 & 1 \end{pmatrix} - I_2 = O_2$ |
| | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x^2 + y^2 - 1$ |
| 5p | a) Arătați că $1 \circ (0 \circ 2) = 12$ |
| 5p | b) Determinați numerele reale x , pentru care $x \circ (-x) = 3$ |
| 5p | c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale, pentru care $m \circ n = -mn$ |

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + x + 1)e^x$
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^x(x + 1)(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$
- 5p c) Demonstrați că $x^2 + x + 1 \leq \frac{3}{e^{x+2}}$, pentru orice $x \in (-\infty, -1)$
2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 2x$ și $g(x) = x^3 + x^2 + 2025$
- 5p a) Demonstrați că funcția $g(x)$ este o primitivă a funcției $f(x)$
- 5p b) Calculați $\int_0^1 e^x(g(x) - x^3 - x^2)dx$
- 5p c) Determinați numărul real a , pentru care $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = a - \frac{3}{2}$

Examenul Național de Bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_{tehnologic}*

Ianuarie 2025

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

SIMULARE

1.	$\left(2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{15}{16} + \sqrt[3]{-8} = \frac{30 + 5 - 3}{15} \cdot \frac{15}{16} + (-2)$ $= \frac{32}{15} \cdot \frac{15}{16} - 2 = 2 - 2 = 0$	3p 2p
2.	$f(2) = -1, f(4) = 3$ și $f(a) = 2a - 5$, unde $a \in \mathbb{R}$ $2a - 5 - (-1) = 2 \cdot 3 \Leftrightarrow 2a - 4 = 6$, de unde obținem $a = 5$	3p 2p
3.	$14 - x = 3x + 6 \Rightarrow 4x = 8$ $x = 2$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile. În mulțimea A sunt 6 numere care nu sunt multipli de 3, deci sunt 6 cazuri favorabile $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	2p 2p 1p
5.	$AB = 5, AC = 6, BC = 5$ $P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 5 + 6 + 5 = 15 = 16$	3p 2p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{4}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL II

1. a)	$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot (-2) =$ $= 1 - 0 = 1$	3p 2p
b)	$2A - A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	3p 2p
c)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-2 & y \\ z+1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$ $\begin{pmatrix} x-3 & y \\ -2x+z+5 & -2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $x = 3; y = 0; z = 1$	2p 3p
2. a)	$0 \circ 2 = 0 \cdot 2 + 0^2 + 2^2 - 1 = 3$ $1 \circ (0 \circ 2) = 1 \circ 3 = 1 \cdot 3 + 1^2 + 3^2 - 1 = 12$	3p 2p
b)	$x \circ (-x) = x \cdot (-x) + x^2 + (-x)^2 - 1 = -x^2 + x^2 + x^2 - 1 = x^2 - 1, (\forall)$ $x \in \mathbb{R}$ $x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ sau } x = -2$	2p 3p
c)	$m \circ n = m \cdot n + m^2 + n^2 - 1$ $mn + m^2 + n^2 - 1 = -mn \Leftrightarrow 2mn + m^2 + n^2 = 1 \Leftrightarrow$ $(m+n)^2 = 1$ $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow (0, 1) \text{ și } (1, 0)$	3p 2p

SUBIECTUL III

1.	$f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x + 1)e^x =$ $= e^x(x^2 + 3x + 2) = e^x(x + 1)(x + 2), x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = f'(-1)$ $f'(-1) = e^{-1}(-1 + 1)(-1 + 2) = 0$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ sau } x = -1$ $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -2]$, deci f este crescătoare pe $(-\infty, -2]$, $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-2, -1]$, deci f este descrescătoare pe $[-2, -1]$ $f(-2) = \frac{3}{e^2} \Rightarrow f(x) \geq \frac{3}{e^2}, (x^2 + x + 1)e^x \geq \frac{3}{e^2} \Rightarrow x^2 + x + 1 \geq \frac{3}{e^{x+2}}$	2p 3p
2.	$g'(x) = (x^3)' + (x^2)' + 2025' = 3x^2 + 2x$	3p
a)	$g'(x) = f(x) \Rightarrow g(x)$ este o primitivă a lui $f(x)$	2p
b)	$\int_0^1 e^x(x^3 + x^2 + 2025 - x^3 - x^2)dx = \int_0^1 2025e^x dx =$ $= 2025e^x \Big _0^1 = 2025e - 2025$	2p 3p
c)	$\int_1^2 \frac{3x^2 + 2x}{x} dx = \int_1^2 (3x + 2)dx = \frac{3x^2}{2} \Big _1^2 + 2x \Big _1^2 =$ $= 6 - \frac{3}{2} + 4 - 2 = 8 - \frac{3}{2}$, de unde obținem $a = 8$	3p 2p