Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Simulare ianuarie

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Într-o progresie aritmetică se cunosc termenii $a_4 = 7$ și $a_9 = 22$. Calculați a_{2025}.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 3mx + 1$. Determinați numărul real m pentru care abscisa asociată vârfului parabolei funcției f este egală cu $\frac{3}{2}$.

5p **3.** Calculați $\log_4\left(4 + 2\sqrt{3}\right) + \log_4\left(4 - 2\sqrt{3}\right) - \log_4 4$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$.

5p **5.** Scrieți ecuația dreptei care trece prin punctul $A(-1, -1)$ și este paralelă cu dreapta de ecuație $y = x + 3$.

5p **6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB = 6, AC = 10$ și $\sphericalangle A = 60°$.

SUBIECTUL al II – lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2-a & 1 \\ 1 & 2-a \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(2)\right) = -1$.

5p **b)** Demonstrați că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Determinați numărul real x, știind că $A(x)A(x) = 2A(1)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (2x-1)(2y-1) + 1$.

5p **a)** Arătați că $1 * 2 = 4$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x * x = 2$.

5p **c)** Determinați numărul întreg nenul m pentru care $m * \left(1 + \frac{1}{m}\right) = 1$.

SUBIECTUL al III – lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0, +\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.

5p **b)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0,4)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x(x+1)(x-1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^3 \frac{f(x)}{x(x-1)}\,dx = \frac{7}{2}$.

5p **b)** Determinați primitiva $F:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a funcției f știind că $F(1) = -1$.

5p **c)** Arătați că $\int_2^e \frac{f(x)\cdot\ln x}{x^2-1}\,dx = \frac{e^2}{4} - 2\ln 2 + 1$.