

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

Subiectul I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 puncte)

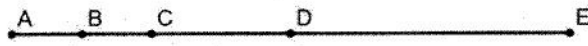
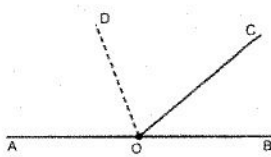
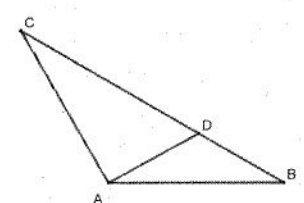
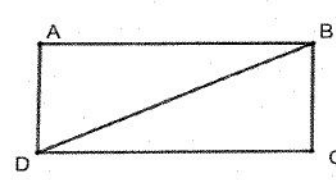
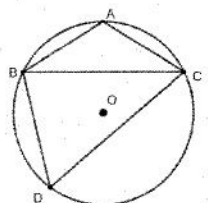
5p	1. Rezultatul calculului $32 - 24 : 8$ este egal cu: a) 1 b) 28 c) 29 d) 6								
5p	2. Știind că $\frac{6}{a} = \frac{2}{3}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, atunci $\frac{2a}{3}$ este egal cu: a) $\frac{16}{3}$ b) 1 c) 3 d) 6								
5p	3. Fie $a = -3 \cdot 2$ și $b = 4$. Atunci diferența $b - a$ este egală cu: a) -1 b) -10 c) 2 d) 10								
5p	4. Mulțimea soluțiilor reale inecuației $4x - 3 \leq 5$ este: a) $\mathbb{R}$ b) $(-\infty, 2)$ c) $(-\infty, 2]$ d) $[2, +\infty)$								
5p	5. Teodor, Ioana, Ștefan și Anca calculează media geometrică a numerelor $a = \sqrt{15^2 - 12^2}$ și $b = \sqrt{4^2 \cdot \frac{1}{2^2}}$ și obțin următoarele rezultate: <table border="1"> <tr> <td>Teodor</td><td>Ioana</td><td>Ștefan</td><td>Anca</td></tr> <tr> <td>$3\sqrt{2}$</td><td>6</td><td>$\sqrt{6}$</td><td>36</td></tr> </table> Din cei patru elevi, răspunsul corect a fost dat de: a) Teodor b) Ioana c) Ștefan d) Anca	Teodor	Ioana	Ștefan	Anca	$3\sqrt{2}$	6	$\sqrt{6}$	36
Teodor	Ioana	Ștefan	Anca						
$3\sqrt{2}$	6	$\sqrt{6}$	36						

- 5p 6. Un melc vrea să ajungă în vârful unui stâlp de 3 m înălțime. În timpul zilei urcă 2m iar în timpul nopții alunecă în jos un metru. Ioana afirmă: „După două zile melcul ajunge în vârf”. Afirmatia Ioanei este:
- Adevărată
 - Falsă

Subiectul II

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 puncte)

- 5p 1. În figura alăturată, punctele A,B,C, D și E sunt coliniare încât B este mijlocul segmentului AC, $AC=CD=4\text{ cm}$ și punctul E este simetricul lui A față de D. Valoarea raportului $\frac{BD}{AE}$ este egală cu:
- $\frac{3}{8}$
 - $\frac{2}{5}$
 - $\frac{7}{8}$
 - $\frac{1}{4}$
- 
- 5p 2. În figura alăturată, punctele A,O și B sunt coliniare iar semidreapta OD este bisectoarea unghiului $\angle AOC$. Dacă $\angle DOB = 100^\circ$ atunci $\angle BOC$ are măsura
- 80°
 - 45°
 - 20°
 - 30°
- 
- 5p 3. În figura alăturată $\triangle ABC$ este isoscel iar $D \in BC$ încât $AD \equiv BD\text{ cm}$ și $\angle ADB = 120^\circ$. Dacă lungimea laturii $BC=12\text{ cm}$ atunci lungimea segmentului AD este egală cu:
- 3 cm
 - 4 cm
 - $2\sqrt{2}\text{ cm}$
 - $2\sqrt{6}\text{ cm}$
- 
- 5p 4. În figura alăturată ABCD este dreptunghi iar $BD=3BC$. Dacă $AB=12\text{ cm}$ atunci aria dreptunghiului ABCD este egală cu:
- $36\sqrt{2}\text{ cm}^2$
 - 36 cm^2
 - $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 - $6(4 + \sqrt{2})\text{ cm}^2$
- 
- 5p 5. În figura alăturată punctele A,B,C și D aparțin cercului de centru O încât $AB \equiv AC$ și $\angle ACB = 30^\circ$. Atunci $\angle CDB$ are măsura:
- 90°
 - 60°
 - 30°
 - 45°
- 
- 5p 6. În figura alăturată $ABCD A'B'C'D'$ este paralelipiped dreptunghic cu $AB=BC=6\text{ cm}$ și $AA' = \sqrt{14}\text{ cm}$. Perimetrul triunghiului $B'AC$ este egal cu:

5p

3. Fie $a = (3^{247} + 3^{245} - 3^{244}) : 29$ și $b = \left(\frac{12}{\sqrt{27}} + \frac{10}{\sqrt{75}} - \frac{3}{\sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{3}$

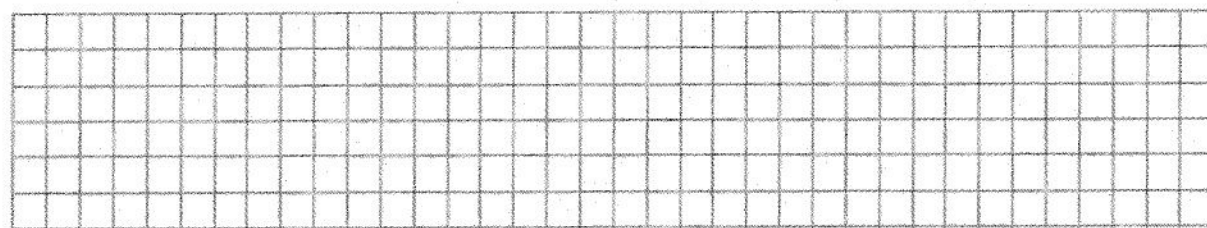
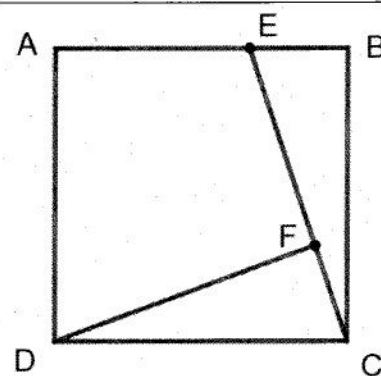
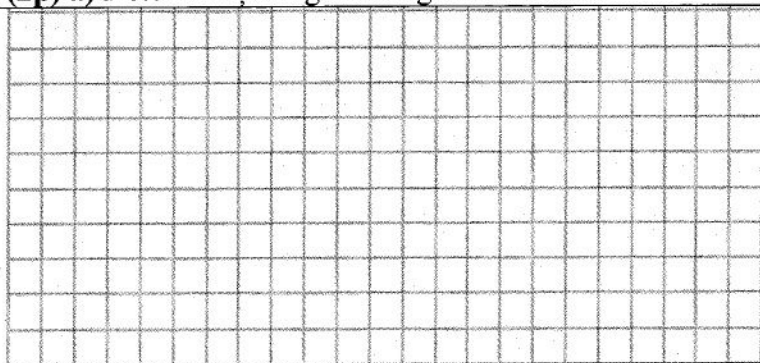
(2p) a) Demonstrați că $\sqrt{a} = 9^{61}$

(3p) b) Demonstrați că numărul $n = \sqrt{a} - b$ este număr natural divizibil cu 6.

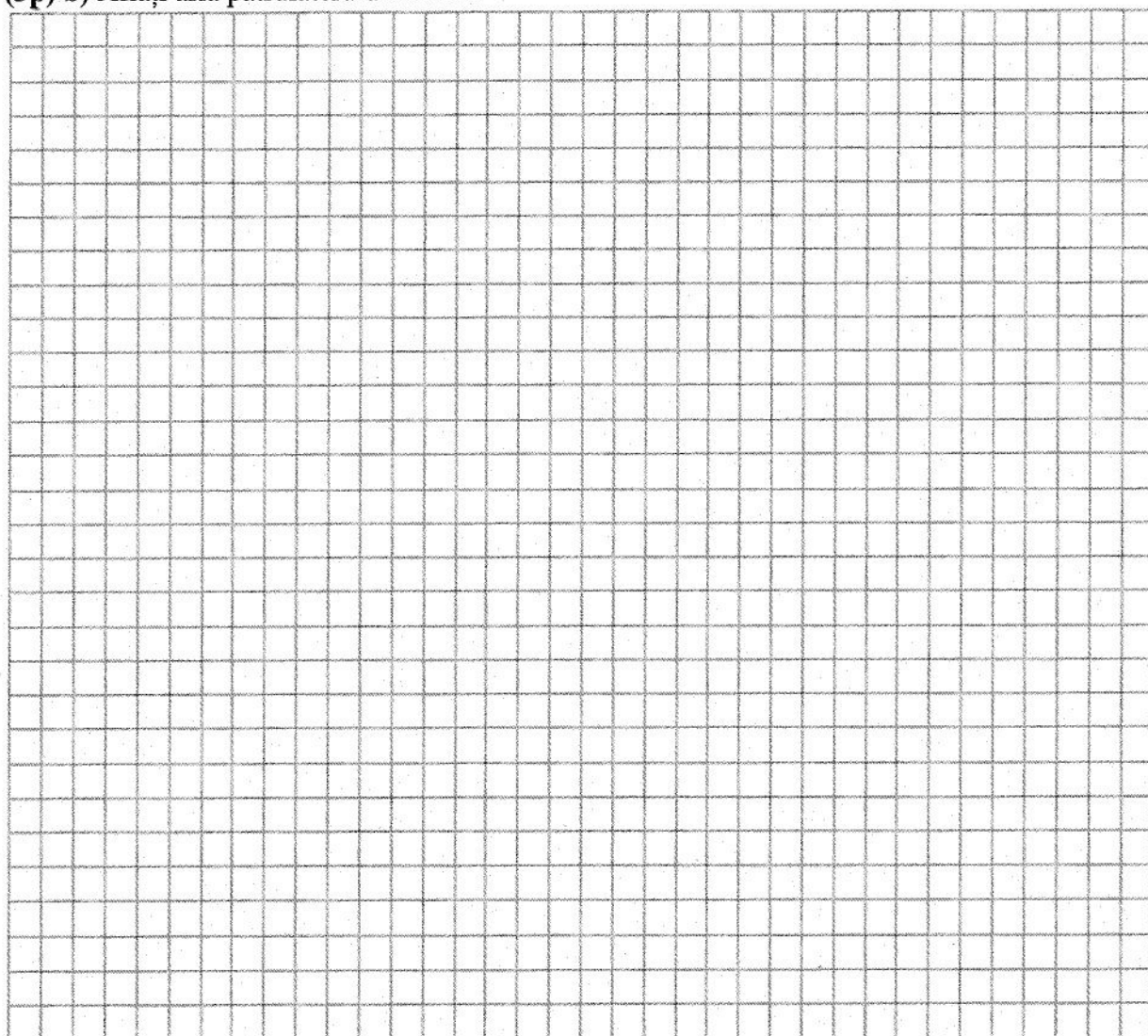
5p

4. În figura alăturată ABCD este pătrat cu $AB=18$ cm . Punctul $E \in AB$ și $F \in EC$ încât $AE=2BE$ și $FC = \frac{1}{3} EC$.

(2p) a) Determinați lungimea segmentului EC.

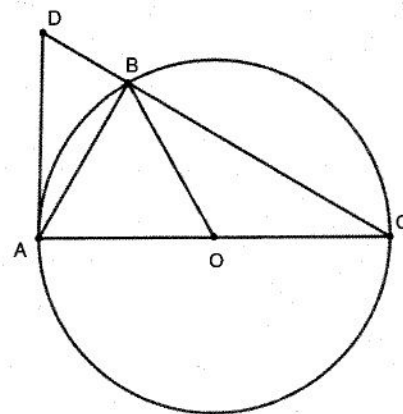


(3p) b) Aflați aria patrulaterului AEFD.



5p

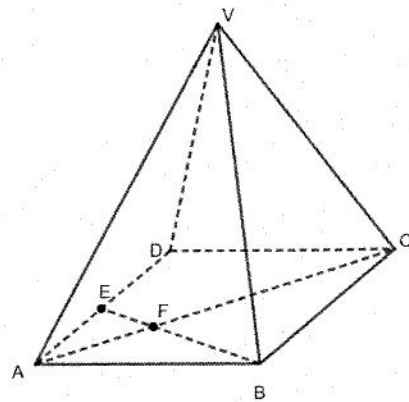
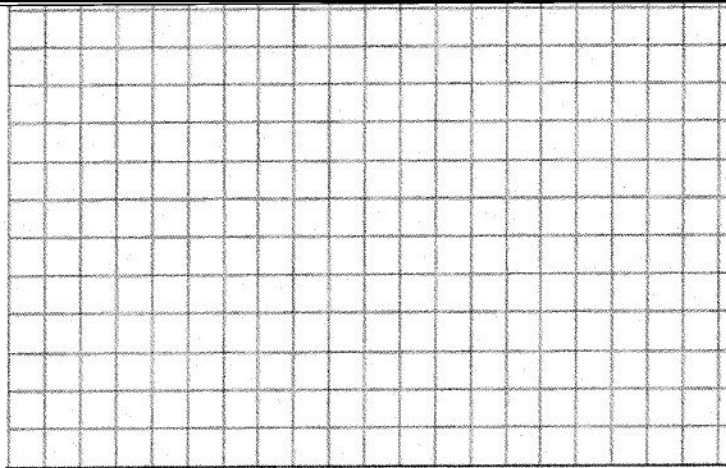
5. În figura alăturată, punctele A, B și C aparțin cercului de centru O și rază 12cm încât A și C sunt puncte diametral opuse iar triunghiul AOB este echilateral
(2p) a) Aflați lungimea laturii BC.



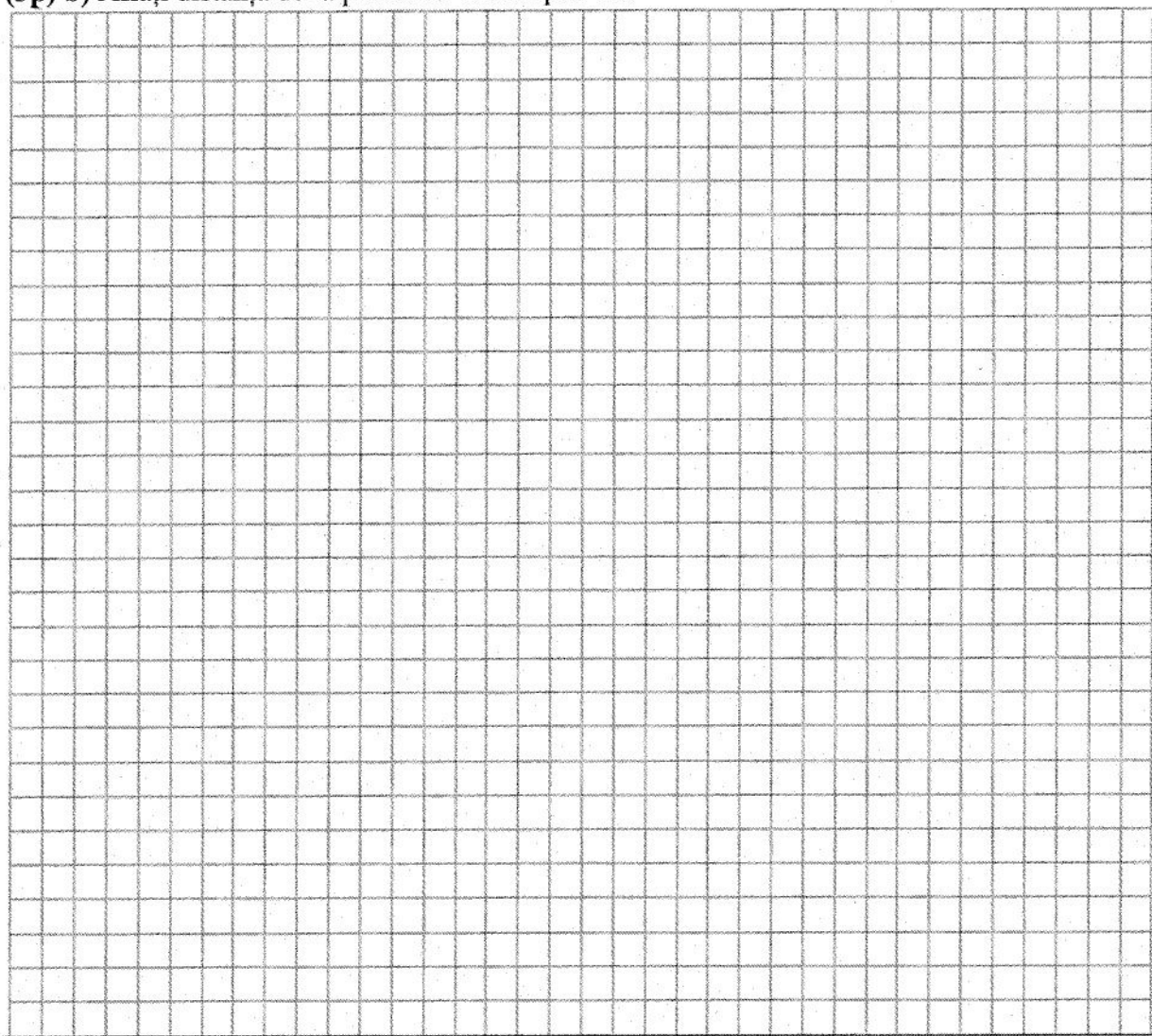
(3p) b) Tangenta în punctul A la cercul de centru O intersectează dreapta BC în punctul D. Demonstrați că perimetrul triunghiului ADC este mai mic de 72 cm.

5p

6. În figura alăturată este o piramidă patrulateră regulată de vârf V și bază pătratul ABCD cu $AB=VA=12\text{cm}$. Punctul E este mijlocul muchiei AD iar $BE \cap AC = \{F\}$.
(2p) a) Demonstrați că $VA \perp VC$.



(3p) b) Aflați distanța de la punctul F la dreapta VC.



BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Subiectul I

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	a)	5p

Subiectul al II lea

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	a)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

Subiectul al III lea

1.	a) $n = \text{nr. inițial de mere}, a, b, c = \text{numărul de mere ale Anei, ale lui Bogdan și respectiv Costel. } n, a, b, c \in \mathbb{N}$	1p
	$15 + 80\%(a + b) = 30 \Rightarrow$	
	$\frac{4}{5}(a + b) = 15 \Rightarrow a + b \notin \mathbb{N}$	1p
	a) $\begin{cases} \frac{4}{5}(a + b) = 15 \\ a = b - 6 \end{cases}$	1p
	$\begin{cases} a + b = 20 \\ a = b - 6 \end{cases}$ $b - 6 + b = 20 \Rightarrow b = 13$	1p
2.	a) $\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}(x - 1) + 1 \right] - 2 \geq -4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}(x - 1) + 1 \right] \geq -2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x - 1) + 1 \geq -4$	1p
	$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x - 1) \geq -5 \Leftrightarrow x - 1 \geq -10 \Leftrightarrow x \geq -9 \Leftrightarrow x \in [-9, +\infty).$	1p
	b) $ x + 5 < 20 \Leftrightarrow -20 < x + 5 < 20 \Leftrightarrow -25 < x < 15 \Leftrightarrow$	1p
	$B = \{-24, -23, \dots, 15\} \Leftrightarrow A \cap B = \{-9, -8, \dots, 15\}$	1p
	$\text{card}(A \cap B) = 24$	1p

3.	a) $a = 3^{244}(3^3 + 3 - 1) : 29 = 3^{244}$ $\sqrt{a} = \sqrt{3^{244}} = 3^{122} = 9^{61}$	1p 1p
	b) $b = \left(\frac{12}{3\sqrt{3}} + \frac{10}{5\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3} = \left(\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3} = 3$ $n = \sqrt{a} - b = 3^{122} - 3 = 3(3^{121} - 1) : 3$ $(3^{121} - 1) : 2$ (dif. de nr. impare) $\Rightarrow n : 6$	1p 1p 1p
4.	a) $EB=6$ cm și $\angle EBC = 90^\circ$ cu teorema lui Pitagora $\Rightarrow EC=6\sqrt{10}$ cm.	1p 1p
	b) Se construiește $MN \parallel AB$, încât $M \in AD$, $N \in BC$ și $F \in MN$. $\triangle CFN \sim \triangle CEB \Rightarrow \frac{CN}{CB} = \frac{FN}{EB} = \frac{CF}{CE} = \frac{1}{3} \Rightarrow CN = 6\text{ cm}, FN = 2\text{ cm} \Rightarrow FM = 16\text{ cm}$ $\mathcal{A}_{\triangle DMF} = \frac{DM \cdot MF}{2} = \frac{6 \cdot 16}{2} = 48\text{ cm}^2$, $\mathcal{A}_{\triangle MFE} = \frac{(MF+AE) \cdot AM}{2} = \frac{(16+12) \cdot 12}{2} = 168\text{ cm}^2$ $\mathcal{A}_{\triangle DFE} = \mathcal{A}_{\triangle DMF} + \mathcal{A}_{\triangle MFE} = 48\text{ cm}^2 + 168\text{ cm}^2 = 216\text{ cm}^2$	1p 1p 1p
5.	a) AC este diametru $\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$ și cum $\triangle AOB$ este echilateral $\Rightarrow AB=AO=12$ cm Cu teorema lui Pitagora $\Rightarrow BC=12\sqrt{3}$ cm.	1p 1p
	b) AD este tangentă la cerc și AC diametru $\Rightarrow \angle DAC = 90^\circ$ și cum $\angle ABC = 90^\circ$ putem aplica teorema catetei în $\triangle ADC \Rightarrow AC^2 = BC \cdot CD \Rightarrow CD = 16\sqrt{3}$ cm Cum $\triangle AOB$ este echilateral $\Rightarrow \angle BAC = 60^\circ \Rightarrow \angle ACD = 30^\circ$ și cu teorema unghiului de 30° în $\triangle ADC \Rightarrow AD=8\sqrt{3}$ cm $\mathcal{P}_{\triangle ADC} = 24(\sqrt{3} + 1)$ $24(\sqrt{3} + 1) < 72 \Leftrightarrow \sqrt{3} + 1 < 3 \Leftrightarrow \sqrt{3} < 2$ ceea ce este adevărat.	1p 1p 1p
6.	a) AC este diagonala pătratului $\Rightarrow AC=12\sqrt{2}$ $\Rightarrow AC^2 = VA^2 + VC^2 \Rightarrow \angle AVC = 90^\circ$	1p 1p
	b) Fie $AC \cap BD = \{O\}$ și cum $ABCD$ este pătrat $\Rightarrow O$ este mijlocul diagonalelor AC și BD și cum E este mijlocul lui $AD \Rightarrow AO$ și BE sunt mediane în $\triangle ABC$ iar F este centrul de greutate al acestui triunghi $\Rightarrow AF = \frac{2}{3} \cdot AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{AC}{2} = \frac{AC}{3}$ Dacă se duce $FP \perp VC$, $P \in VC$, cum $VA \perp VC \Rightarrow FP \parallel VA \Rightarrow \triangle CPF \sim \triangle CAV \Rightarrow$ $\frac{PF}{AV} = \frac{CF}{CA} = \frac{2}{3} \Rightarrow PF = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8\text{ cm}.$	1p 1p 1p