

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

21 iulie 2026

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Varianta 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $E(x, y) = x^{\log_y 2} \cdot y^{\log_x 2}$ kifejezés, ahol $x, y \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$.
- 5p a) Igazolja, hogy $E\left(2, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$.
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $E(x^n, y^n) = E(x, y)$, bármely $x, y \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ és bármely n nemnulla természetes szám esetén!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy $E(x, y) \geq 4$, bármely $x, y \in (1, +\infty)$ esetén!
2. Adott az ABC hegyesszögű háromszög, amelyben $\angle BAC > 45^\circ$ és $AC > BC$, míg a D pont a B pontnak az AC egyenesre eső vetülete. Az AB szakasz felezőmerőlegese a BD , AC egyeneseket és a C ponton át az AB -vel húzott párhuzamos egyenest az M , N , illetve P pontokban metszi, valamint jelölje E az AM és BN egyenesek metszéspontját.
- 5p a) Bizonyítsa be, hogy az AE és BN egyenesek merőlegesek egymásra!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy a DE és AB párhuzamos egyenesek!
- 5p c) Igazolja, hogy $\frac{CQ}{DE} - \frac{QS}{AB} = 1$, ahol Q és S pontok a CP egyenesnek az AM , illetve a BN egyenesekkel való metszéspontjai!

II. FELADTSOR

(30 punct)

1. Adott az $f = X^4 + X^3 + (m+1)X^2 - X + m$ polinom, ahol m komplex szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $m = 0$ esetén az f polinomnak egyetlen egész gyöke van!
- 5p b) Adott a $g = X^{26} \cdot f$ polinom. Igazolja, hogy a g polinomnak az $X^2 + 1$ polinommal való osztási maradéka $2X$, bármely m komplex szám esetén!
- 5p c) Határozza meg az m számot, amelyre az f polinom gyökeinek modulusai egyenlőek!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x^2)e^{\arctg x}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy az f függvény grafikus képéhez az $A(0, f(0))$ pontban húzott érintő irányítányezője 1.
- 5p b) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)} = e$, ahol $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{x}$.
- 5p c) Minden n nemnulla természetes szám esetén adott az $I_n = \int_{-1}^0 (2x+1)^n f'(x) dx$ szám. Igazolja, hogy $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VI. osztály matematika tantervének egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a	
1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate	- Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit) - Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului - Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi
2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor	- Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor - Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi - Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural - Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi
3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi	- Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice - Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice) - Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)
4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi	- Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere) - Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată - Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor) - Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi - Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia ($x = a$, $x < a$, $x \leq a$, unde a și x sunt numere întregi)
5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi	- Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi - Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi - Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule
6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului	- Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații - Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat - Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi
[...]	

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere	3. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI • Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi • Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi

	• Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți • Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului • Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri • Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor • Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi
--	---

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

A fenti tantervrészlet információit felhasználva dolgozzon ki öt itemet: *egy feleletkiegészítő*-, *egy rövid válasz típusú*-, *egy feleletválasztós*-, *egy strukturált kérdés típusú* és *egy feladatmegoldó típusú*-, amely az **„Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenlettel/egyenlőtlenséggel megoldható feladatok az egész számok halmazában”** (Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi) tanulási egység keretén belül kialakított/fejlesztett specifikus kompetenciák értékelésére alkalmas!

Minden javasolt item esetén:

- nevezze meg az értékelendő sajátos kompetenciát;
- nevezze meg azt a tanulási tevékenységet, amelynek keretén belül ez az item alkalmazható;
- tartsa be az itemtípus formai követelményét;
- dolgozza ki a várható választ (a javítókulcsot);
- tartsa be a tartalom tudományos helyességét!